

MAESTRÍA EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

ÁREA: CONOCIMIENTOS BÁSICOS

DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Identificación	
Nombre: VARIABLE COMPLEJA	Área:
Clave: 14M23107	Tipo de curso: OBLIGATORIO
Modalidad educativa: PRESENCIAL	Modalidad de Enseñanza Aprendizaje: CURSO
Número de horas: 126	Créditos: 8
Secuencia Anteriores: ANÁLISIS MATEMÁTICO Colaterales: ANÁLISIS FUNCIONAL Posteriores: NINGUNO	Requisitos de admisión: ANÁLISIS MATEMÁTICO
Fecha de elaboración/actualización: Enero 2025	Fecha de aprobación: Febrero 2025

1. Justificación y Fundamentos

El programa fue diseñado en 2009. El programa de Variable Compleja se realiza para brindar una formación sólida de Análisis matemático en un Maestro en Matemáticas y proveer las bases necesarias para otras asignaturas de la carrera.

El alumno tendrá una nueva herramienta para el análisis abstracto y aplicado a fenómenos de la naturaleza o sociales. Esta materia es de fundamental importancia para la formación del estudiante porque le permite entender las propiedades analíticas de ciertas funciones.

2. Objetivos

Contribuir a que los estudiantes sean capaces de

- Extender el campo de los reales al campo de los complejos.
- Comprender las propiedades de analiticidad de las funciones de variable compleja y sus dominios propios.
- Extenderlas nociones de derivación e integración para funciones de variable compleja y como su geometría lleva al Teorema de Cauchy por medio de la noción de homotopia.
- Calcular la expansión en serie de Taylor de una función analítica y calcular el radio de convergencia de la misma.

- Detectar y clasificar puntos singulares de una función analítica.
- Calcular la expansión en serie de Laurent de una función analítica alrededor de un punto singular.
- Calcular el residuo de una función analítica en un punto singular y emplear el teorema de residuo para calcular diversas integrales.
- Aplicar los resultados de las propiedades de las funciones analíticas a otras áreas de la Matemática.
- Sentar las bases para un estudio más avanzado o una investigación en el contexto de la variable compleja.

3. Competencias a desarrollar

Conocimientos	Habilidades y destrezas	valores
Comprensión de conceptos y teoremas fundamentales de la variable compleja.	Resolución de problemas y ejercicios de variable compleja	Fomentar una actitud responsable y el espíritu crítico.
Conocer técnicas y métodos de la variable compleja.	Análisis e interpretación de resultados en contextos de la variable compleja.	Curiosidad y disposición para aprender y explorar nuevos conceptos.
Familiaridad con aplicaciones de la variable compleja en diversas áreas del conocimiento	Comunicación efectiva de ideas y resultados en variable compleja.	Trabajo colaborativo y respeto por las ideas y perspectivas de otros

4. Contenidos

Unidad 1. Funciones Continuas

1. Propiedades básicas de los números complejos
 - 1.1. El campo de los números complejos
 - 1.2. El conjugado y el módulo de un complejo
 - 1.3. Teorema de De Moivre
 - 1.4. Funciones elementales
 - 1.5. Transformaciones conformes elementales.
2. Funciones continuas
 - 2.1. Definición de Limite y sus propiedades
 - 2.2. Definición de continuidad y sus propiedades
3. Topología básica de \mathbb{C}
 - 3.1. Sucesiones
 - 3.2. Conjuntos abiertos y cerrados
 - 3.3. Conjuntos conexos
 - 3.4. Conjuntos compactos
 - 3.5. Continuidad Uniforme

Unidad 2. Funciones analíticas

1. Funciones analíticas
 - 1.1. Definición y ejemplos
 - 1.2. Igualdades de Cauchy-Riemann
2. Diferenciación de funciones elementales

Unidad 3. Teorema de Cauchy

1. Teorema de Cauchy
 - 1.1. Teoremas y propiedades de la integral de línea.
 - 1.2. Teorema de Cauchy.
 - 1.3. Regiones simplemente conexas
 - 1.4. Teorema del disco de Cauchy-Goursat
 - 1.5. Teorema de la antiderivada
 - 1.6. Homotopia y regiones simplemente conexas
 - 1.7. Teorema de deformación

Unidad 4. Fórmula integral de Cauchy

1. Trayectorias
 - 1.1. Índice de una trayectoria
 - 1.2. Teorema del índice
2. Fórmula integral de Cauchy
 - 2.1. Existencia de derivadas de orden superior
 - 2.2. Desigualdades de Cauchy y teorema de Liouville
 - 2.3. Teorema de Morera
3. Teorema del módulo máximo
 - 3.1. Principio del módulo máximo versión local
 - 3.2. Cerradura y Frontera de un conjunto
 - 3.3. Principio del módulo máximo global
 - 3.4. Lema de Schwarz

Unidad 5. Series de potencias

1. Series convergentes de funciones analíticas
2. Series de potencias.
3. Series de Laurent y clasificación de singularidades

Unidad 6. Cálculo de residuos

1. Cálculo de residuos
2. El teorema del residuo
3. Evaluación de Integrales definidas
4. Evaluación de series infinitas

Unidad 7. Mapeos conformes

1. Teoría básica de los mapeos conformes
2. Fracciones lineales y transformaciones de Schwartz-Cristoffel

3. Aplicación de los mapeos conformes a la ecuación de Laplace, la ecuación del calor, electrostática e hidrodinámica.
4. La transformación zeta.

Unidad 8. Teorema de Rouché

1. Continuación analítica y superficies de Riemann elementales
2. El teorema de Rouché y el principio del módulo máximo.
3. Propiedades de las funciones analíticas como mapeos.

Acciones del docente facilitador en este contexto:

1. Actividades de Aprendizaje

Bajo la conducción del docente	Trabajo independiente del estudiante
<ul style="list-style-type: none"> ○ Exposición del profesor. ○ Trabajo en equipo. ○ Exposición de los alumnos. ○ Resolución de ejercicios. ○ Resolución de problemas en el salón de clases. 	<p>En el aula:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Resolución de ejercicios. ○ La resolución de situaciones problemáticas. ○ Exámenes. <p>Fuera del aula:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mapas conceptuales. ○ Trabajos de Investigación. ○ Resolución de problemas. ○ Cuadros Sinópticos. ○ Estudio bibliográfico y/o búsqueda documental. ○ Realización de tareas escritas. ○ Uso de la computación y de los recursos estadísticos en situaciones de problemas. ○ Realización de tareas individuales. ○ Síntesis de lecturas. ○ Estudio individual. ○ Investigación: en bibliotecas, a través de Internet. ○ Lectura de libros de texto, de consulta o artículos.

2. Evaluación

- Exámenes escritos por cada unidad.
- Tareas y participación en clase.

- Examen final

3. Perfil del profesor

El docente que imparta la Unidad de Aprendizaje deberá contar con al menos el nivel de maestría en el área de Matemáticas, con una formación sólida en la materia.

Bibliografía y fuentes de consulta básica

Bibliografía Básica

- [1] Marsden J.E, Hoffman M.J (1999). *Análisis Básico de Variable Compleja* . Editorial Trillas.
- [2] Ahlfors V.Lars. (1996) *Complex Analysis*. Editorial McGraw-Hill.
- [3] Conway. J.B. (1978). *Functions of One Complex Variable*. Springer Verlag.
- [4] Nevanlinna R, Paatero V (1969). *Introduction to Complex Analysis*. Addison Wesley.

Bibliografía Complementaria

- [1] Jones A.G, Singerman D (1987). *Complex Functions. An algebraic an geometric viewpoint* . Cambridge University Press.
- [2] Needham Tristan (1997). *Visual Complex Analysis*. Clarendon Pres Oxford.
- [3] Farkas. *Riemann Surfaces*. Springer Verlag. First Edition. USA 1980.
- Springer, George. *Introduction to Riemann surfaces*. Addison Wesley. First Edition. USA 1957.